

文章编号: 1000-8055(2006)04-0738-3

基于对数正态分布第 k 试验寿命的分散系数法

卢小艳, 陆 山

(西北工业大学 动力与能源学院, 西安 710072)

摘 要: 针对发动机构件寿命试验评估中对寿命分散系数计算公式与不同取值的需求, 本文导出了寿命符合对数正态分布、基于任意第 k 试验寿命分散系数计算公式。并给出置信度为 0.95、可靠度为 99.87%、母体对数正态标准差 $\sigma_{\lg N} = 0.13$ 时的寿命分散系数。本文基于最差试件寿命的分散系数与已有文献一致, 而基于最好试件寿命分散系数较已有文献更为合理; 采用本文公式可得到任意给定置信度、可靠度、寿命分散条件下的寿命分散系数, 可供工程上评估构件寿命时使用。

关 键 词: 航空、航天推进系统; 疲劳寿命; 可靠性; 对数正态分布; 分散系数; 试验评定

中图分类号: TB114.3; V215.51

文献标识码: A

Life scatter factor method based on the k th order experimental life with logarithm normal distribution

LU Xiao-yan, LU Shan

(School of Engine and Energy,

Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: For the needs of the life scatter factors under different conditions to assess the engine component lives, in this paper, the theoretical formulas of the life scatter factors based on the arbitrary k th order experimental life of a small sample with logarithm normal distribution were deduced. Life scatter factors were given with the confidence of 0.95, the reliability of 0.9987 and the standard deviation of logarithm normal distribution 0.13. The life scatter factors based on the worst experimental lives fit well with those in the published literatures. The life scatter factors based on the best experimental lives are more reasonable than those in the literatures. Using the formulae given in the paper, the life scatter factors can be obtained with any given confidence, reliability and standard deviation of the logarithm normal distribution, which can be used to assess component lives in engineering application.

Key words: aerospace propulsion system; fatigue life; reliability; logarithm normal distribution; scatter factors; experimental assessment

试验评估是航空发动机构件确定安全寿命的重要手段之一。但由于试验成本高、周期长, 工程上一般仅通过少量构件试验确定其安全寿命。针对这一问题, 目前国内外较多采用寿命分散系数法, 工程上常采用的寿命分布形式有对数正态分布和威布尔分布。对寿命服从威布尔分布, 文献[1]

给出基于最差试件寿命的试验评估方法, 文献[2]给出了基于中位寿命的分散系数计算公式, 文献[3]探讨了基于截尾寿命试验的抽样方法。研究表明^[2]基于威布尔分布的寿命分散系数一般比基于对数正态分布的寿命分散系数大, 且分散系数随形状参数不同取值变化较大, 目前航空发动机构件试

收稿日期: 2005-07-20; 修订日期: 2006-04-18

作者简介: 卢小艳(1981-), 女, 陕西西安人, 西北工业大学动力与能源学院硕士生, 主要从事航空发动机寿命可靠性研究。

险评估中更多采用对数正态分布。对寿命服从对数正态分布,英国国防标准 DEF STAN 00-971^[4]给出了重要旋转件基于最差试件寿命、最好试件寿命和中位寿命的寿命分散系数,但未给计算公式;文献[5]仅给出了基于对数正态分布中位寿命的分散系数计算公式。由于目前可供参考的对数正态分布寿命分散系数较少,特别是对其求解方法的探讨还不够,限制了根据我国具体条件选用适当的寿命分散系数评估构件寿命。本文给出了寿命服从对数正态分布、基于 n 个子样中任意第 k 试验寿命的分散系数计算公式,由公式可得基于任意第 k 试验寿命的分散系数。本文指出了文献[4]基于最好试件寿命分散系数的不合理,文献[4]基于最差试件寿命分散系数是本文所给分散系数法的特例。

1 基于第 k 试验寿命 $N_{(k)}$ 的分散系数公式

设试验寿命符合对数正态分布,母体对数正态分布变量 $x = \lg N$ 的标准差 $\sigma_{\lg N}$ 已知,对给定的置信度 γ ,可靠度 p ,标准正态分布累积函数为:

$$\Phi(u) = \int_{-\infty}^u \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-z^2/2} dz, \text{ 故 } u_\gamma = \Phi^{-1}(\gamma) \text{ 和 } u_p = \Phi^{-1}(1-p) = -\Phi^{-1}(p) \text{ 分别为正态分布下侧及上侧分位数, } N_p \text{ 为母体中满足置信度 } \gamma \text{、可靠度 } p \text{ 的概率寿命上限。若将对数正态分布标准差表示为}$$

$$\sigma_{\lg N} = (\lg N_{0.13} - \lg N_{99.87})/6 \quad (1)$$

其中 $N_{99.87}$ 为母体中满足可靠度 $p=99.87\%$ 的寿命, $N_{0.13}$ 为母体中满足可靠度 $p=0.13\%$ 的寿命。

对数安全寿命与对数均值估计量 $\mu_{\lg N}$ 之间的关系由式(2)表示为

$$\lg N_p = \mu_{\lg N} + u_p \sigma_{\lg N} \quad (2)$$

对给定的置信度 γ ,由第 k 次序统计量 $\lg K_{(k)}$ 转换

变量 $U_k = (\lg N_{(k)} - \mu_{\lg N})/\sigma_{\lg N}$ 服从标准正态分布,且满足如下概率条件

$$P\{U_k \leq u_\gamma\} = \gamma \quad (3)$$

其中, $N_{(k)}$ 为寿命第 k 次序量。设子样数为 n ,子样失效寿命第 k 次序统计量的概率分布 $F_{(k)}(U)$ 可用其母体概率分布函数 $F(U)$ 表示为

$$F_{(k)}(u_\gamma) = 1 - \frac{n!}{(k-1)!(n-k)!} \left\{ \frac{1}{n-k+1} [1 - F(u_\gamma)]^{n-k+1} - \frac{C_{n-k+2}^{k-2}}{n-k+2} [1 - F(u_\gamma)]^{n-k+2} + \frac{C_{n-k+3}^{k-3}}{n-k+3} [1 - F(u_\gamma)]^{n-k+3} \dots + (-1)^{(k+1)} \frac{1}{n} [1 - F(u_\gamma)]^n \right\} \quad (4)$$

公式(4)根据文献[6]中第 k 次序统计量的分布函数积分所得,此公式既为基于第 k 试验寿命 $N_{(k)}$ 的分散系数计算公式。结合式(3)和式(4)可得

$$U_k = (\lg N_{(k)} - \mu_{\lg N})/\sigma_{\lg N} \leq u_\gamma = \Phi^{-1}(F(u_\gamma)) \quad (0 \leq F(u_\gamma) \leq 1) \quad (5)$$

将式(1)和式(2)带入式(5)可得到可靠度为 p 、置信度为 γ ,基于第 k 试验寿命的分散系数为

$$S_F^{(k)} = N_{(k)} / N_p = 10^{\sigma_{\lg N} [\Phi^{-1}(p) + \Phi^{-1}(F(u_\gamma))]} \quad (6)$$

$$S_F^{(k)} = N_{0.13} / N_{99.87}^{[\Phi^{-1}(p) + \Phi^{-1}(F(u_\gamma))]/6} \quad (7)$$

式(6)、(7)中的 $\Phi^{-1}(p)$ 和 $\Phi^{-1}(F(u_\gamma))$ 分别通过查标准正态分布表获得。当 $k=1$ 或者 $k=n$ 时,上式分别为零故障和完全故障试验寿命分散系数计算公式。

2 寿命分散系数

利用本文计算公式所得寿命分散系数见表 1。括号中列出文献[4]有关寿命分散系数以便比较。

表 1 寿命分散系数 ($\gamma=0.95$, $p=99.87\%$, $N_{0.13}/N_{99.87}=6$ 或 $\sigma_{\lg N}=0.13$)

Table 1 Life scatter factors (the confidence 0.95 , the reliability 99.865 %, the ratio of maximum life and minimum life 6)

子样数 n	故障数 k									
	1	2	3	4	5	6	8	10	15	
1	4.003 (4.000)	/	/	/	/	/	/	/	/	
2	3.0736 (3.070)	4.4136 (4)	/	/	/	/	/	/	/	
3	2.7072 (2.710)	3.4051	4.6203	/	/	/	/	/	/	
4	2.4975 (2.505)	2.9997	3.6060	4.7746 (4)	/	/	/	/	/	
5	2.3597 (2.365)	2.8397	3.1905	3.7527	4.8952 (4)	/	/	/	/	
6	2.2530	2.6069	3.0010	3.5314	3.8739	4.9948 (4)	/	/	/	
7	2.1802	2.4927	2.8312	3.0881	3.4414	3.9718	/	/	/	
8	2.1192	2.3927	2.6433	2.9171	3.1748	3.5314	5.1524	/	/	
9	2.0642	2.3223	2.5453	2.7603	2.9921	3.2613	4.1167	/	/	
10	2.0203 (2.020)	2.2608	2.4495	2.6591	2.8567	3.0804	3.6750	5.2738 (4)	/	
15	1.8644	2.0547	2.2074	2.3363	2.4704	2.5991	2.8653	3.1833	5.4940	
16	1.8417	2.0385	2.1705	2.2972	2.4204	2.5724	2.7893	3.0598	4.4510	

3 某型涡轮盘的试验寿命评估实例

某型发动机 I 级涡轮盘地坑低循环疲劳试验^[7]终止时共进行了 7 087 周转速循环。观察 16 个销钉孔边破坏部位如下:在 8 个未装销子的径向销钉孔的 4 个(1[#]、7[#]、9[#]和 15[#])均发现了裂纹,在 8 个已装销子的径向销孔中的 2 个(4[#]、12[#])也出现了裂纹。通常采用断口反推估计最先出现裂纹的销钉孔边裂纹初始寿命,该方法精度较低。如设各销钉孔疲劳寿命相互独立,可采用本文给出的寿命分散系数公式预估涡轮盘概率寿命。采用数值分析模拟得到销钉孔边寿命母体分散 $N_{0.13}/N_{99.87} = 8$ ^[8],因此不能直接采用表 1 系数。为安全起见,本文取试验终止寿命 7 087 周为 16 个孔中的第 7 个寿命次序统计量。已知: $\gamma = 0.95$, $p = 99.87\%$, $N_{0.13}/N_{99.87} = 8$, $n = 16$, $k = 7$ 。

根据式(7)计算得出分散系数 $S_F^{(7)} = N_{(0.13)}/N_{(99.87)}^{[\phi^{-1}(p) + \phi^{-1}(F(u_p))]/6} = 3.1059$ 由公式 $S_F^{(7)} = N_{(7)}/N_p$ 得置信度 $\gamma = 0.95$, 可靠度 $p = 99.87\%$ 时的概率寿命为: $N_p = 7\,087/3.1059 = 2\,281.8$ [循环周]。该概率寿命与文献[9]采用其它方法估计出的技术寿命 2 198 [循环周]十分接近。

4 结论与讨论

(1) 给出了基于子样第 k 个试验寿命评估母体概率寿命的分散系数计算公式,本文分散系数法是文献[4]相关分散系数法的更一般形式。

(2) 给出了 $N_{0.13}/N_{99.87} = 6$, 置信度为 0.95, 可靠度为 99.87% 时的 k 故障寿命分散系数表。表中故障数 $k = 1$ 时的分散系数与文献[4]对应分散系数完全一致;但 $k = n$ 时的分散系数比文献[4]中所给分散系数 4 大(除 $n = 1$ 时)。按统计规律,子样中最好试件试验寿命随子样数 n 增大而增大,文献[4] $k = n$ 时的寿命分散系数恒为 4;本文 $k = n$ 时的分散系数随子样数 n 增大而单调增大,以 4 为下限。用本文 $k = n$ 时的分散系数评估所得概率寿命随子样数 n 增加将基本保持不变,结果合理;而用文献[4]分散系数评估所得概率寿命随子样数 n 增加单调增加,在 $n > 1$ 时将给出偏

于危险的概率寿命,不够合理。

(3) 文献[4]中 $N_{\max}$ 和 $N_{\min}$ 应理解为可靠度 $p = 0.0013$ 和 $p = 0.9987$ 时的寿命 $N_{0.13}$ 和 $N_{99.87}$ 。

(4) 采用本文公式可得任意给定置信度、可靠度和子样数 n 的基于第 k 个试验寿命的分散系数。

(5) 本文分散系数法不仅适用于完全寿命数据,还适用于规则截尾寿命数据。一般讲,只要中止数据不影响第 k 个寿命次序统计量的确定时本文方法均适用。

参考文献:

- [1] 吕鸿雁,陆山.威布尔分布可靠寿命试验设计方法[A].中国航空学会动力分会发动机结构强度与振动专业委员会第十二届学术会议论文集[C],2004:345-348.
- [2] 贺小帆,刘文斑.服从不同分布的疲劳寿命分散系数分析[J].北京航空航天大学学报,2002,28(1):47-49.
He Xiaofan, Liu Wenting. On scatter factors of fatigue life obeying different distributions[J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2002, 28(1): 47-49.
- [3] 中国电子技术标准化研究所.可靠性试验用表(增订本)[S].北京:国防工业出版社,1987.
- [4] DEF STAN 00-971. General Specification for Aircraft Gas Turbine Engine[S]. Ministry of Defense, UK, 1987.
- [5] 高镇同.疲劳应用统计学[M].北京:国防工业出版社,1986.
- [6] 赵选民,徐伟,师义民,等.数理统计[M].(第二版).北京:科学出版社,2002.
- [7] 龚梦贤,黄庆东,肖育祥,等.某型发动机第 I 级涡轮盘低循环疲劳试验研究[J].燃气涡轮试验与研究,1998,11(3):40-45.
Gong Mengxian, Huang Qingdong, Xiao Yuxiang, et al. An experimental study on low cycle fatigue life of an aero-engine 1ST stage turbine disk[J]. *Gas Turbine Experiment and Research*, 1998, 11(3): 40-45.
- [8] 鲁华平.涡轮盘疲劳寿命及可靠性分析及试验评估[D].西安:西北工业大学,2005.
- [9] 龚梦贤,古远兴,王旅生.某型发动机 I 级涡轮盘的技术寿命[J].燃气涡轮试验与研究,2000,13(4):22-26.
Gong Mengxian, Gu Yuanxing, Wang Lusheng. Service life of an arearengine 1ST stage turbine disk[J]. *Gas Turbine Experiment and Research*, 2000, 13(4): 22-26.